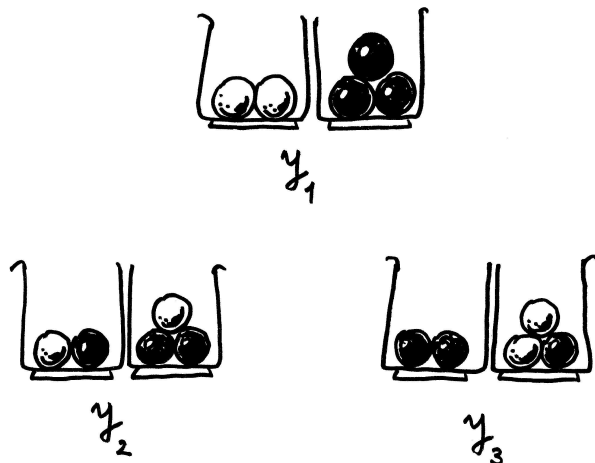


# Exercices du 20/11/2003

## Série 4

Une variable aléatoire  $Y$  décrit l'état de deux boîtes, dans le quelles on peut mettre cinq billes: deux blanches et trois noires, de manière qu'on ait toujours deux billes dans la boîte a gauche et trois dans l'autre. Les trois états possibles sont montrés ci-dessous.



Considérez le processus stochastique suivant. A chaque pas temporel deux billes au hasard sont sélectionnées, une dans chaque boîte, et interchangeées.

1. Calculer la matrice de transition  $Q$  et montrer qu'elle est régulière.
2. Calculer la decomposition spectrale de la matrice  $Q$  et la matrice de transition asymptotique

$$Q^\infty = \lim_{s \rightarrow \infty} [Q]^s .$$

3. Si les probabilités initiales sont

$$\vec{p}(0) = [p(1, 0), p(2, 0), p(3, 0)] = (1, 0, 0)$$

quelles sont le probabilités asymptotiques (l'état stationnaire du processus stochastique)?