

**Licence de Physique, Université d'Orléans**  
**Examen Mathématiques pour Sciences Physiques –**  
**parcours Physique et Applications, 5/1/2011**

(documents autorisés : notes de cours/TD)

**1 Séries de Fourier** **(5/20)**

On donne les fonctions périodiques (période  $\pi$ )

$$f(t) = \cos^2(t), \quad g(t) = \sin^2(t).$$

Calculer la convolution périodique de  $f$  et  $g$ . Conseil : Utiliser le théorème de convolution pour les séries de Fourier.

**2 Transformation de Fourier** **(5/20)**

Calculer les transformées de Fourier des fonctions suivantes

1.  $f(t) = \cos^2(\omega_0 t)$ ,
2.  $g(t) = \sin^2(\omega_0 t)$ ,
3.  $h(t) = f(t) \frac{\exp(-[t/\sigma]^2/2)}{\sqrt{2\pi\sigma}}$ ,

où  $\omega_0 > 0, \sigma > 0$ .

**3 Analyse complexe** **(5/20)**

Calculer l'intégrale

$$I = \frac{1}{2\pi i} \oint_C dz \exp(1/z),$$

où  $C$  est le contour décrit par  $|z(t)| = 1$ .

**4 Transformée de Laplace** **(5/20)**

Résoudre l'équation intégro-différentielle

$$\frac{dy}{dt} + \int_0^t d\tau h(t-\tau)y(\tau) = 0,$$

par transformation de Laplace, où  $y(0) = 1$  et  $h(t) = \theta(t) \exp(-\lambda t)$ . On note que  $y'(0) = 0$  par construction. Le symbole  $\theta(t)$  dénote la fonction de Heaviside.