Examen *Ondes électromagnétiques dans les milieux matériels*
Licence de physique, Université d'Orléans (/20)
13/6/2012. Documents autorisés : notes de cours et de TD

Excercice 1 (*Equation d'onde*) : **10 points**

On considère une onde électromagnétique qui est décrite par une équation de la forme

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} - \Delta\psi + \mu^2\psi = 0, \tag{1}$$

où c est la vitesse de la lumière, $\mu > 0$ et $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ est le Laplacien en coordonnées cartésiennes (x, y, z).

1. Quelle est la dimension physique de μ ?
2. Montrer que les ondes planes, $\psi \propto \exp(i[\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t])$, sont des solutions possibles de (1) et dériver la relation de dispersion (relation entre ω et $\mathbf{k}$). Ici $\{k_x, k_y, k_z\} \in \mathbb{R}$ et $\omega > 0$.
3. Quelle est la pulsation de coupure, ω_c, en dessous de laquelle il n'y plus de propagation ?

Excercice 2 (*Milieux anisotrope*) : **10 points**

On donne un matériau anisotrope, où la relation entre les composantes du champ de déplacement $\mathbf{D}$ et du champ électrique $\mathbf{E}$ par rapport à une base euclidienne $\{\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z\}$ sont données par

$$\begin{pmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{pmatrix} = \epsilon_0 \underbrace{\begin{pmatrix} 3/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 3/2 & 0 \\ 1/2 & 0 & 3/2 \end{pmatrix}}_{\boldsymbol{\epsilon}_r} \cdot \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}.$$

Ici ϵ_0 est la constante de permittivité du vide. Concernant les propriétés magnétiques le matériau est isotrope, avec μ comme constante de perméabilité.

1. Calculer les deux vitesses de phases principales $c_{1,2}$, en supposant que $\mathbf{E}$ est une onde plane dont le vecteur d'onde pointe en direction de $\mathbf{e}_z$, i.e. $\mathbf{E} = \mathbf{E}\exp(i[\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t])$, où $\mathbf{k} \propto \mathbf{e}_z$ et $\mathbf{E}_0 = cst$.
2. Calculer les amplitudes $\mathbf{E}_0$ possibles et pour chaque champ électrique résultant le champ magnétique associé ainsi que le vecteur de Poynting. [1]

On rappelle que dans la géométrie donnée ci-dessus

$$\begin{pmatrix} \epsilon^r_{xx} - \frac{\epsilon^r_{xz}}{\epsilon^r_{zz}}\epsilon^r_{zx} & \epsilon^r_{xy} - \frac{\epsilon^r_{xz}}{\epsilon^r_{zz}}\epsilon^r_{zy} \\ \epsilon^r_{yx} - \frac{\epsilon^r_{yz}}{\epsilon^r_{zz}}\epsilon^r_{zx} & \epsilon^r_{yy} - \frac{\epsilon^r_{yz}}{\epsilon^r_{zz}}\epsilon^r_{zy} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_{0x} \\ E_{0y} \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} E_{0x} \\ E_{0y} \end{pmatrix}.$$

1. Utiliser les parties réelles des champs impliqués.