

Projecteurs

Ceci est un vecteur d'unité sur lequel on projète

```
In[10]:= nv = {n1, n2, n3}
```

```
Out[10]= {n1, n2, n3}
```

Ceci est un vecteur quelconque

```
In[13]:= av = {a1, a2, a3}
```

```
Out[13]= {a1, a2, a3}
```

Ceci est la projection du vecteur **a** sur le vecteur **n**

```
In[17]:= (nv.av) nv // MatrixForm
```

```
Out[17]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} n_1 (a_1 n_1 + a_2 n_2 + a_3 n_3) \\ n_2 (a_1 n_1 + a_2 n_2 + a_3 n_3) \\ n_3 (a_1 n_1 + a_2 n_2 + a_3 n_3) \end{pmatrix}$$

Ceci est la définition du “projecteur” sur **n**

```
In[12]:= MatrixForm[P = Outer[Times, nv, nv]]
```

```
Out[12]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} n_1^2 & n_1 n_2 & n_1 n_3 \\ n_1 n_2 & n_2^2 & n_2 n_3 \\ n_1 n_3 & n_2 n_3 & n_3^2 \end{pmatrix}$$

P fait l'opération de projection par une multiplication matricielle

```
In[20]:= P.av // Simplify // MatrixForm
```

```
Out[20]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} n_1 (a_1 n_1 + a_2 n_2 + a_3 n_3) \\ n_2 (a_1 n_1 + a_2 n_2 + a_3 n_3) \\ n_3 (a_1 n_1 + a_2 n_2 + a_3 n_3) \end{pmatrix}$$

P vérifie **P² = P** et **P^T = P**.

```
In[38]:= MatrixForm[FullSimplify[P.P - P, Assumptions -> n1^2 + n2^2 + n3^2 == 1]]
```

```
Out[38]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

```
In[40]:= MatrixForm[FullSimplify[Transpose[P] - P]]
```

```
Out[40]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Q=1-P projète sur le plan perpendiculaire à **n**

In[33]:= **MatrixForm**[**Q = IdentityMatrix**[3] - **P**]

Out[33]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1 - n_1^2 & -n_1 n_2 & -n_1 n_3 \\ -n_1 n_2 & 1 - n_2^2 & -n_2 n_3 \\ -n_1 n_3 & -n_2 n_3 & 1 - n_3^2 \end{pmatrix}$$

In[34]:= **MatrixForm**[**FullSimplify**[**P.Q**, **Assumptions** → $n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 == 1$]]

Out[34]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Q a les propriétés d'un projecteur

In[41]:= **MatrixForm**[**FullSimplify**[**Q.Q - Q**, **Assumptions** → $n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 == 1$]]

Out[41]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

In[42]:= **MatrixForm**[**FullSimplify**[**Transpose**[**Q**] - **Q**]]

Out[42]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$