



**Partiel Mécanique Quantique,
Master E&M, parcours Physique (/20)**

12/11/2012. Documents autorisés : notes de cours et de TD

Exercice 1 : Spin $1/2 \hbar$

10 points

1. On considère le mouvement d'un spin $1/2 \hbar$ dans un champ magnétique qui pointe en direction de l'axe z d'un repère euclidien, $\vec{B} = B\vec{e}_z$. Donner la forme générale du spineur de départ, $\chi(0)$, qui assure que le vecteur des valeurs moyennes du spin effectue une précession dans le plan (x, y) .
2. Soit maintenant $\vec{B} = B\vec{e}_x$. Calculer les valeurs moyennes pour les composantes du spin pour le spineur de départ $\chi(0)$ trouvé ci-dessus.

Exercice 2 : Espace de Hilbert

10 points

Soit $A \equiv \{|u_i\rangle\}$ ($i = 1, 2$) une base orthonormée formée par les états propres de l'opérateur \hat{s}_z , tel que $\hat{s}_z|u_{1,2}\rangle = \pm \frac{\hbar}{2}|u_{1,2}\rangle$ et $\langle u_i|u_j\rangle = \delta_{ij}$. Dans cette base $\langle u_i|\hat{s}_{x,y,z}|u_j\rangle = \frac{\hbar}{2}\sigma_{x,y,z;ij}$, où $\sigma_{x,y,z;ij}$ sont les éléments (i, j) des matrices de Pauli $\sigma_{x,y,z}$, respectivement, qui ont été définies dans le cours.

1. Calculer les composantes de $\hat{s}_{x,y,z}$ par rapport à la nouvelle base B dont les éléments sont

$$|v_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|u_1\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|u_2\rangle,$$
$$|v_2\rangle = \frac{i}{\sqrt{2}}|u_1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|u_2\rangle.$$

2. Montrer que B est également orthonormée.
3. Soit \hat{U} l'opérateur défini par l'action $\hat{U}|u_i\rangle = |v_i\rangle$ ($i = 1, 2$). Quelles sont les composantes de \hat{U} par rapport aux bases A et B , respectivement ?